

Exercices

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

1) Algorithmique

Question 1. Voici un algorithme :

Entrée

Saisir un entier naturel a

Traitement

Affecter à n la valeur 1 et à c la valeur 1

Tant que $c \leq a$

 Affecter à n la valeur $n + 1$

 Affecter à c la valeur $c + n^2$

Fin du Tant que

Sortie

Afficher la valeur de n

Si on saisit pour a la valeur 20, alors la sortie vaut 4.

Question 2. On considère l'algorithme suivant :

Traitement

Affecter 1 à S

Affecter 1 à n

Tant que $S < 1,5$

 Affecter $n+1$ à n

 Affecter $S + \frac{1}{n^2}$ à S

Fin tant que

Sortie

Afficher S

L'algorithme calcule la somme $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2}$.

Question 3. On considère l'algorithme suivant :

Variables :

N, P, S, I nombres entiers naturels

Début

Saisir (N)

Saisir (P)

S prend la valeur 1

I prend la valeur N

Tant que $S < P$ et $I > 0$ faire

S prend la valeur $S \times I$

I prend la valeur $I - 1$

Fin Tant que

Afficher (I)

Fin

Si l'utilisateur saisit $N = 10$ et $P = 10000$, alors l'algorithme retourne 6.

Question 4. Voici un algorithme :

Entrée

Saisir un entier naturel n

Traitement

Affecter à f la valeur 1

Affecter à p la valeur n

Tant que $p > 1$

 Affecter à f la valeur $f \times p$

 Affecter à p la valeur $p-1$

Fin du Tant que

Sortie

Afficher la valeur de f

Si on saisit pour a la valeur 6, alors la sortie vaut 120.

★ **Question 5.** On considère l'algorithme suivant :

Variables :

N, P, S, I nombres entiers naturels

Début

Saisir (N)

Saisir (P)

S prend la valeur N

I prend la valeur 0

Tant que $I < P$ faire

 Si S est pair

 Alors

S prend la valeur $\frac{S}{2}$

I prend la valeur $I + 1$

 Sinon

S prend la valeur $3 \times S + 1$

I prend la valeur $I + 1$

 Fin Si

Fin Tant que

Afficher (S)

Fin

Si l'utilisateur saisit $N = 6$ et $P = 5$, alors l'algorithme retourne 16.

★ **Question 6.** On considère le même algorithme qu'à la question 5.

Cette fois, l'utilisateur saisit $N = 10$ et $P = 0$. L'algorithme renvoie 10.

2) Probabilités

Question 7. Dans une urne, il y a trois boules de couleur rouge, deux boules de couleur verte, et cinq boules de couleur bleue.

On tire au hasard une boule de l'urne : la probabilité d'obtenir une boule qui n'est pas rouge est supérieure à 0,7.

Question 8. Un joueur tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

La probabilité d'obtenir une figure (un valet, une dame ou un roi) est inférieure à la probabilité d'obtenir un trèfle.

Question 9. Quatre personnes jouent ensemble aux cartes avec un jeu de 32 cartes. Cinq cartes sont révélées face visible au centre de la table, dont trois as.

Chaque joueur a également deux cartes dans sa main, qu'il est le seul à connaître. La probabilité qu'un joueur ait le dernier as dans sa main est de $\frac{1}{21}$.

Question 10. Une urne contient 10 boules blanches et 4 boules rouges.

Un joueur tire successivement et avec remise 20 boules de l'urne. Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 € et pour chaque boule rouge tirée, il perd 3 € .

On désigne par G la variable aléatoire égale au gain du joueur. L'espérance de G est de $\frac{200}{7}$.

Question 11. On lance deux dés cubiques et non truqués.

On appelle X la variable aléatoire donnant le plus grand des deux chiffres obtenus.

L'espérance de la variable aléatoire X est : $E(X) = \frac{161}{36}$.

Question 12. Raphaël et Aurélien ont chacun organisé une tombola comportant 100 billets.

Raphaël propose 30 billets gagnants, parmi lesquels figurent : 1 lot de 250 euros, 4 lots de 50 euros et 25 lots de 2 euros.

Aurélien propose 55 billets gagnants avec 5 lots de 20 euros, 10 lots de 15 euros, 15 lots de 10 euros et 25 lots de 5 euros.

Un billet de tombola coûte 1euro.

Il est préférable de participer à la tombola de Raphaël plutôt qu'à celle d'Aurélien.

Question 13. Une entreprise de sondage réalise une enquête par téléphone.

On admet que la probabilité que la personne contactée accepte de répondre est égale à 0,2.

Si un enquêteur contacte 50 personnes, la probabilité qu'au moins six personnes acceptent de lui répondre est supérieure à 0,95.

Question 14. Une entreprise fabrique en très grande quantité des gélules dont la masse est exprimée en milligrammes.

Lors de la fabrication des gélules, une étude statistique a montré que 3% des gélules ont une masse non conforme.

Si l'entreprise conditionne les gélules par sachet de 10, il y aura au moins 96% des sachets qui comporteront 9 ou 10 gélules de masses conformes

Question 15. Une usine fabrique, en grande quantité, des rondelles d'acier pour la construction. On admet que 3% des rondelles ont un diamètre défectueux.

On prélève au hasard 10 rondelles dans le stock pour vérification du diamètre. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

La probabilité de tirer au moins une rondelle au diamètre défectueux est égale à 0,263 arrondi à 10^{-3} près.

Question 16. Un distributeur de café est installé dans le hall d'un lycée.

Durant la période de réglage, on détermine que la tasse déborde une fois sur 4.

Un technicien fait 10 essais indépendants les uns des autres.

La probabilité qu'au moins deux tasses débordent lors de ces tests est supérieure à 75%.

3) Autres

Question 17. Les nombres 14707 et 22178 sont divisibles par 11.

Question 18. Jeanne a souscrit à un placement bancaire qui repose sur un principe assez simple.

Au début de l'année, elle place la somme de son choix sur un compte : c'est le seul moment où elle peut déposer ou retirer de l'argent.

Ensuite, ce compte lui rapporte 2% tous les 4 mois.

A la fin de l'année, elle peut récupérer sa somme initiale, avec les intérêts accumulés.

Si Jeanne place 100€ au début de l'année, elle obtiendra 106€ à la fin de l'année.

Question 19. On suppose qu'à partir de l'année 2000 le prix d'un bien immobilier augmente chaque année de 5% pour atteindre 1500 000 euros en 2020.

En 2000, le prix arrondi à l'euro de ce bien était de 53 772 euros.

Question 20. En janvier 2006, l'once d'or (soit environ 31g d'or) coûtait 500 \$ contre 1700 \$ en janvier 2013 (source Les Echos, 2013).

Le cours de l'or a donc connu une progression spectaculaire avec une augmentation moyenne d'environ 19 % par an.

En supposant que cette augmentation annuelle reste constante pour les prochaines années, le prix de l'once d'or dépassera les 5000\$ avant 2022 ?

Question 21. Soit b un nombre réel et soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = x^2 + bx + 4$.

Le minimum de la fonction f est inférieur ou égal à 4.

Question 22. Le polynôme $P(X) = x^2 - 6x + 5$ admet deux racines : 5 et -1.